


## Logika, gráfok

- 1) Egy rejtvényújságban egymás mellett két, szinte azonos rajz található, amelyek között 23 apró eltérés van. Ezek megtalálása a feladat. Először Ádám és Tamás nézték meg figyelmesen az ábrákat: Ádám 11, Tamás 15 eltérést talált, de csak 7 olyan volt, amelyet mindketten észrevettek.
- a) Hány olyan eltérés volt, amelyet egyikük sem vett észre? (4 pont)  
Közben Enikő is elkezdte számolni az eltéréseket, de ő sem találta meg az összeset. Mindössze 4 olyan volt, amelyet mind a hárman megtaláltak. Egyeztetve kiderült, hogy az Enikő által bejelöltekből hatot Ádám is, kilencet Tamás is észrevett, és örömmel látták, hogy hárman együtt az összes eltérést megtalálták.
- b) A feladat szövege alapján töltsé ki az alábbi halmazábrát arról, hogy ki hányat talált meg! (7 pont)
- c) Fogalmazza meg a következő állítás tagadását! Enikő minden eltérést megtalált. (2 pont)
- d) Mennyi annak a valószínűsége, hogy egy eltérést véletlenszerűen kiválasztva, azt legalább ketten megtalálták? (4 pont)
- 2) Egy gráfban 4 csúcs van. Az egyes csúcsokból 3; 2; 2; 1 él indul. Hány éle van a gráfnak? (2 pont)
- 3) Egy sakkverseny döntőjébe 5 versenyző jutott be. Közülük 1 versenyző mindegyik társát ismeri, a többiek pedig egyenként 2-2 személyt ismernek a döntő résztvevői közül. Szemléltesse rajzzal (gráf alkalmazásával) az ismeretségeket, ha az ismeretségek kölcsönösek! (3 pont)
- 4) Rajzoljon egy olyan öt csúcspontú gráfot, amelyben a pontok fokszáma 4; 3; 3; 2; 2. (2 pont)
- 5) A városi középiskolás egyéni teniszbajnokság egyik csoportjába hatan kerültek: András, Béla, Csaba, Dani, Ede és Feri. A versenykiírás szerint bármely két fiúnak pontosan egyszer kell játszania egymással. Eddig András már játszott Bélával, Danival és Ferivel. Béla játszott már Edével is. Csaba csak Edével játszott, Dani pedig Andráson kívül csak Ferivel. Ede és Feri egyaránt két mérkőzésen van túl.
- a) Szemléltesse gráffal a lejátszott mérkőzéseket! (4 pont)
- b) Hány mérkőzés van még hátra? (3 pont)
- c) Hány olyan sorrend alakulhat ki, ahol a hat versenyző közül Dani az első két hely valamelyikén végez? (5 pont)
- 6) Az ábrán látható térkép-vázlat öt falu elhelyezkedését mutatja. Az öt falu között négy olyan út megépítésére van lehetőség, amelyek mindegyike pontosan két falut köt össze. Ezekből két út már elkészült. Rajzolja be a további két út egy lehetséges elhelyezkedését úgy, hogy bármelyik faluból bármelyik faluba eljuthassunk a megépült négy úton! (2 pont)
- 
- 7) Egy négytagú csoportban minden tagnak pontosan két ismerőse van a csoport tagjai között. Szemléltessen gráffal egy ilyen ismeretségi rendszert! (Az ismeretség kölcsönös.) (2 pont)
- 8) Egy baráti társaság minden tagja írt egy-egy SMS üzenetet a társaság minden további tagjának. Így mindenki 11 üzenetet írt. Hány SMS-t írtak egymásnak összesen a társaság tagjai? (2 pont)

- 9) A diákönkormányzat újonnan választott négytagú vezetősége: Kata, Mari, Réka és Bence. Közülük Kata három, Réka és Bence pedig két-két vezetőségi tagot ismert korábról. Mari a négyes csoportnak csak egy tagját ismerte. (Az ismeretségek kölcsönösek.)

Rajzolja fel a négytagú vezetőség választás előtti ismeretségi gráfját! (2 pont)

- 10) Rajzoljon le egy 4 pontú egyszerű gráfot, amelyben a pontok fokszáma rendre 3, 2, 2, 1! (2 pont)

- 11) Egy iskola asztalitenisz bajnokságán hat tanuló vesz részt. Mindenki mindenkivel egy mérkőzést játszik. Eddig Andi egy mérkőzést játszott, Barnabás és Csaba kettőt-kettőt, Dani hármat, Enikő és Feri négyet-négyet.

a) Rajzolja le az eddig lejátszott mérkőzések egy lehetséges gráfját! (4 pont)

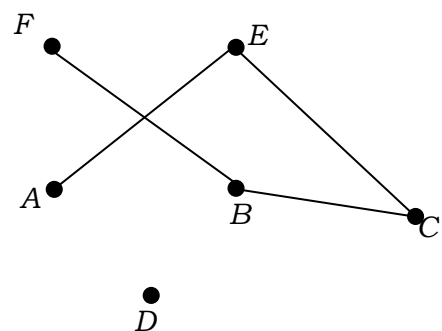
b) Lehetséges-e, hogy Andi az eddig lejátszott egyetlen mérkőzését Barnabással játszotta? (Igen válasz esetén rajzoljon egy megfelelő gráfot; nem válasz esetén választ részletesen indokolja!) (6 pont)

c) Számítsa ki annak a valószínűségét, hogy a hat játékos közül kettőt véletlenszerűen kiválasztva, ők eddig még nem játszották le az egymás elleni mérkőzésüket! (7 pont)

- 12) Rajzoljon egy gráfot, melynek 5 csúcsa és 5 éle van, továbbá legalább az egyik csúcsának a fokszáma 3. (2 pont)

- 13) Az ábrán látható hatpontú gráfba rajzoljon be 2 élt úgy, hogy a kapott gráf minden csúcsából 2 él induljon ki! A berajzolt éleket két végpontjukkal adja meg! (2 pont)

- 14) Egy álláshirdetésre négyen jelentkeznek: Aladár, Béla, Cecil és Dénes. Az adott időben megjelennek a vállalatnál, s akkor kiderül, hogy közülük hárman, Aladár, Béla és Cecil osztálytársak voltak. Dénes csak Aladárt ismeri, ők régebben egy kosárlabdacsapatban játszottak. Szemléltesse az ismeretségeket gráffal! (Az ismeretségek kölcsönösek.) (2 pont)



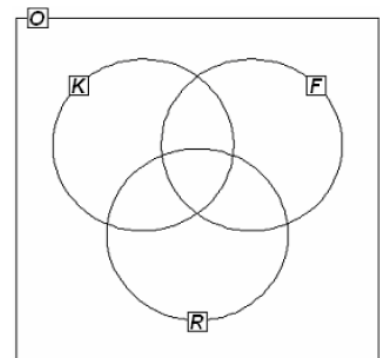
- 15) Egy osztályban a következő háromféle sportkört hirdették meg: kosárlabda, foci és röplabda. Az osztály 30 tanulója közül kosárlabdára 14, focira 19, röplabdára 14 tanuló jelentkezett. Kettőn egyik sportra sem jelentkeztek. Három gyerek kosárlabdázik és focizik, de nem röplabdázik, hatan fociznak és röplabdáznak, de nem kosaraznak, kettőn pedig kosárlabdáznak és röplabdáznak, de nem fociznak. Négyen mind a háromféle sportot űzik.

a) Írja be a megadott halmazábrába (1. ábra) a szövegnek megfelelő számokat! (4 pont)

b) Fogalmazza meg a következő állítás tagadását!

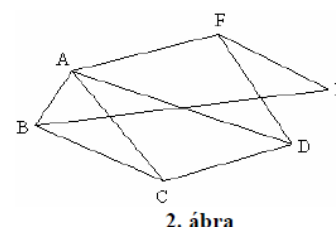
*A focira jelentkezett tanulók közül mindenkinek van testvére.* (2 pont)

c) A focira jelentkezett 19 tanulóból öten vehetnek részt egy edzőtáborban. Igazolja, hogy több, mint 10 000-féleképpen lehet kiválasztani az öt tanulót! (3 pont)



1. ábra

- d) Az iskolák közötti labdarúgóbajnokságra jelentkezett 6 csapat között lejátszott mérkőzéseket szemlélteti a 2. ábra. Hány mérkőzés van még hátra, ha minden csapat minden csapattal egy mérkőzést játszik a bajnokságban? (Válaszát indokolja!) (3 pont)



- 16) Rajzoljon egy olyan öt csúcspontú gráfot, amelynek 4 éle van! (2 pont)
- 17) Rajzoljon egy olyan 5 csúcshú gráfot, melyben a csúcsok fokszámának összege 12. (2 pont)
- 18) Egy irodai számítógép-hálózat hat gépből áll. Mindegyik gép ezek közül három másikkal van közvetlenül összekötve. Rajzoljon egy olyan gráfot, amely ezt a hálózatot szemlélteti! (2 pont)
- 19) Döntse el, hogy az alább felsoroltak közül melyik mondat a tagadása a következő állításnak! (2 pont)
- Minden érettségi feladat egyszerű.*
- a) Minden érettségi feladat bonyolult.
- b) Van olyan érettségi feladat, ami nem egyszerű.
- c) Sok érettségi feladat bonyolult.
- d) Van olyan érettségi feladat, ami egyszerű.

- 20) Egy végzős osztály diákjai projektmunka keretében különböző statisztikai felméréseket készítettek az iskola tanulóinak körében.

- a) Éva 150 diákot kérdezett meg otthonuk felszereltségéről. Felméréséből kiderült, hogy a megkérdezettek közül kétszer annyian rendelkeznek mikrohullámú sütővel, mint mosogatógéppel. Azt is megtudta, hogy 63-an mindkét géppel, 9-en egyik géppel sem rendelkeznek. A megkérdezettek hány százalékának nincs otthon mikrohullámú sütője? (6 pont)
- b) Jóska a saját felmérésében 200 diákot kérdezett meg arról, hogy hány számítógépük van a háztartásban. A válaszokat a következő táblázatban összesítette:

A számítógépek száma a háztartásban	Gyakoriság
0	3
1	94
2	89
3	14

Jóska felmérése alapján töltsse ki az alábbi táblázatot az egy háztartásban található számítógépek számáról! (4 pont)

A számítógépek számának átlaga	
A számítógépek számának mediánja	
A számítógépek számának módusza	

- c) Tamás a saját felmérése alapján a következőt állítja:  
*Minden háztartásban van televízió.*  
 Az alábbi négy állítás közül válassza ki azt a kettőt, amely Tamás állításának tagadása!
- A) Semelyik háztartásban nincs televízió.
- B) Van olyan háztartás, ahol van televízió.
- C) Van olyan háztartás, ahol nincs televízió.
- D) Nem minden háztartásban van televízió. (2 pont)

21) Egy focicsapat 11 játékosa megérkezik az edzésre, néhányan kezét fognak egymással. (Két játékos között legfeljebb egy kézfogás történik.) Az edző felírta, hogy ki hányszor fogott kezét, és a következő számokat kapta: 0; 1; 2; 2; 2; 5; 0; 0; 4; 4; 2.

a) Ábrázolja a kézfogásoknak egy lehetséges gráfját, ahol a pontok a játékosokat jelölik, és két pont között akkor van él, ha az illetők kezét fogtak az edzés előtt! (3 pont)

b) Hány kézfogás történt összesen? (2 pont)

Egy másik alkalommal az edző által feljegyzett 11 nemnegatív egész számról a következőket állapítottuk meg: a számok egyetlen módusza 2, mediánja 3, átlaga 4, terjedelme pedig 5 volt.

c) Adjon meg a fenti feltételeknek megfelelő 11 nemnegatív egész számot! (5 pont)

Az edzésen a játékosok a tizenegyesrúgást gyakorolják. Az egyik játékos 0,9 valószínűséggel lövi be a tizenegyest.

d) Mennyi a valószínűsége annak, hogy három rúgásból legalább egyszer betalál? A valószínűség pontos értékét adja meg! (7 pont)

22) "Minden szekrény barna."

Válassza ki az alábbiak közül annak a mondatnak a betűjelét, amelyik tagadása a fenti kijelentésnek!

A: Van olyan szekrény, amelyik nem barna.

B: Nincs barna szekrény.

C: Van olyan szekrény, amelyik barna.

D: Pontosan egy szekrény barna. (2 pont)

23) Rajzoljon olyan hatpontú gráfot, amelyben a pontok fokszáma: 0; 1; 2; 2; 3; 4. (2 pont)

24) Egy hatfős társaságban mindenkit megkérdeztek, hány ismerőse van a többiek között (az ismertségek kölcsönösek). Az első öt megkérdezett személy válasza: 5,4,3,2,1.

a) Ábrázolja gráffal a hatfős társaság ismertségi viszonyait! (2 pont)

b) Hány ismerőse van a hatodik személynek a társaságban? (1 pont)

25) Egy fiókban néhány sapka van. Tekintsük a következő állítást:

„A fiókban minden sapka fekete.” Válassza ki az alábbiak közül az összes állítást, amely tagadása a fentinek!

A: A fiókban minden sapka fehér.

B: A fiókban nincs fekete sapka.

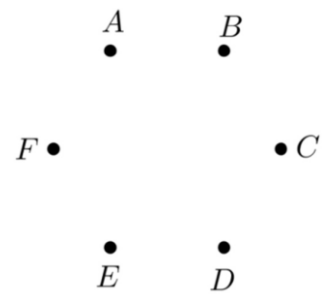
C: A fiókban van olyan sapka, amely nem fekete.

D: A fiókban nem minden sapka fekete. (2 pont)

26) Hány éle van egy 8 pontú teljes gráfnak? (2 pont)

27) Egy születésnapi összejöveten egy 7 fős társaság tagjai közül néhányan koccintottak egymással. Lehetséges-e, hogy az egyes résztvevők 1; 2; 2; 3; 3; 6; 6 másik résztvevővel koccintottak az összejövetel során? Válaszát indokolja! (3 pont)

28) Egy hatfős asztaltársaság tagjai: Anna, Balázs, Cili, Dezső, Egon és Fruzsina. Mindegyikük pontosan három másik személyt ismer a társaságban. Cili ismeri Dezsőt és Egont, Anna pedig nem ismeri sem Balázst, sem Dezsőt. Szemléltesse gráffal a társaság ismeretségi viszonyait! (Minden ismeretség kölcsönös.) (4 pont)



29) Egy dobozban lévő színes golyókról szól az alábbi állítás:

„A dobozban van olyan golyó, amelyik kék színű”

Válassza ki az alábbiak közül az összes állítást, amely tagadása a fentinek!

A: A dobozban van olyan golyó, amelyik nem kék színű.

B: A dobozban minden golyó kék színű.

C: A dobozban egyik golyó sem kék színű.

D: A dobozban nincs olyan golyó, amelyik kék színű.

(2 pont)