Valószínűségszámítás

1) Egy rendezvényen 150 tombolajegyet adtak el. Ági 21-et vásárolt. Mekkora annak a valószínűsége, hogy Ági nyer, ha egy nyereményt sorsolnak ki? (A jegyek nyerési esélye egyenlő.) (2 pont)

2) Egy rejtvényújságban egymás mellett két, szinte azonos rajz található, amelyek között 23 apró eltérés van. Ezek megtalálása a feladat.
Először Ádám és Tamás nézték meg figyelmesen az ábrákat: Ádám 11, Tamás 15 eltérést talált, de csak 7 olyan volt, amelyet mindketten észrevettek.
a) Hány olyan eltérés volt, amelyet egyikük sem vett észre? (4 pont)
Közben Enikő is elkezdte számolni az eltéréseket, de ő sem találta meg az összeset. Mindössze 4 olyan volt, amelyet mind a hárman megtaláltak. Egyeztetve kiderült, hogy az Enikő által bejelöltekből hatot Ádám is, kilencet Tamás is észrevett, és örömmel látták, hogy hárman együtt az összes eltérést megtalálták.
b) A feladat szövege alapján töltse ki az alábbi halmazábrát arról, hogy ki hányat talált meg! (7 pont)
c) Fogalmazza meg a következő állítás tagadását! Enikő minden eltérést megtalált. (2 pont)
d) Mennyi annak a valószínűsége, hogy egy eltérést véletlenszerűen kiválasztva, azt legalább ketten megtalálták? (4 pont)

3) Egy középiskolába 700 tanuló jár. Közülük 10% sportol rendszeresen a két iskolai szakosztály közül legalább az egyikben. Az atlétika szakosztályban 36 tanuló sportol rendszeresen, és pontosan 22 olyan diák van, aki az atlétika és a kosárlabda szakosztály munkájában is részt vesz.
a) Készítsen halmazábrát az iskola tanulóiról a feladat adatainak feltüntetésével! (4 pont)
b) Hányan sportolnak a kosárlabda szakosztályban? (4 pont)
c) Egy másik iskola sportegyesületében 50 kosaras sportol, közülük 17 atletizál is. Ebben az iskolában véletlenszerűen kiválasztunk egy kosarast. Mennyi a valószínűsége, hogy a kiválasztott tanuló atletizál is? (4 pont)

4) Egy öttagú társaság egymás után lép be egy ajtón. Mekkora a valószínűsége, hogy Anna, a társaság egyik tagja, elsőnek lép be az ajtón? (2 pont)

5) Egy szellemi vetélkedő döntőjébe 20 versenyzőt hívnak be. A zsűri az első három helyezettet és két további különdíjast fog rangsorolni. A rangsorolt versenyzők oklevelet és jutalmat kapnak.
a) Az öt rangsorolt versenyző mindegyike ugyanarra a színházi előadásra kap egy-egy jutalomjegyet. Hányféle kimenetele lehet ekkor a versenyen a jutalmazásnak? (4 pont)
b) A dobogósok három különböző értékű könyvutalványt, a különdíjasok egyike egy színházjegyet, a másik egy hangversenyjegyet kap. Hányféle módon alakulhat ekkor a jutalmazás? (4 pont)
c) Ha már eldőlt, kik a rangsorolt versenyzők, hányféle módon oszthatnak ki nekik jutalmul öt különböző verseskötetet? (3 pont)
d) Kis Anna a döntő egyik résztvevője. Ha feltesszük, hogy a résztvevők egyenlő eséllyel versenyeznek, mekkora a valószínűsége, hogy Kis Anna eléri a három, dobogós hely egyikét, illetve, hogy az öt rangsorolt személy egyike lesz? (6 pont)

6) Egy televíziós játékban 5 kérdést tehet fel a játékvezető. A játék során a versenyző, ha az első kérdésre jól válaszol, 40 000 forintot nyer. Minden további kérdés esetén döntenie kell, hogy a játékban addig megszerzett pénzének 50, 75 vagy 100 százalékát teszi-e fel. Ha jól válaszol, feltett pénzének kétszeresét kapja vissza, ha hibázik, abba kell hagynia a játékot, és a fel nem tett pénzét viheti haza.

a) Mennyi pénzt visz haza az a játékos, aki mind az öt feltett kérdésre jól válaszol, s bátran kockáztatva mindig a legnagyobb tétet teszi meg?(4 pont)

b) Az a játékos, aki mindig helyesen válaszol, de óvatos, és a négy utolsó fordulóban pénzének csak 50%-át teszi fel, hány forintot visz haza?(4 pont)

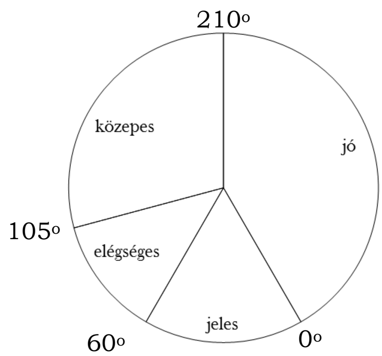
c) A vetélkedő során az egyik versenyző az első négy kérdésre jól válaszolt. A második kérdésnél a pénzének 100 %-át, a 3., 4. és 5. kérdés esetén pénzének 75 %-át tette fel. Az 5. kérdésre sajnos rosszul válaszolt. Hány forintot vihetett haza ez a játékos? (5 pont)

d) Egy versenyző mind az 5 fordulóban jól válaszol, és közben minden fordulóban azonos eséllyel teszi meg a játékban megengedett lehetőségek valamelyikét. Mennyi annak a valószínűsége, hogy az elnyerhető maximális pénzt viheti haza? (4 pont)

7) A 12. évfolyam tanulói magyarból próbaérettségit írtak. Minden tanuló egy kódszámot kapott, amely az 1, 2, 3, 4 és 5 számjegyekből mindegyiket pontosan egyszer tartalmazta valamilyen sorrendben.

a) Hány tanuló írta meg a dolgozatot, ha az összes képezhető kódszámot mind kiosztották? (3 pont)

b) Az alábbi kördiagram a dolgozatok eredményét szemlélteti:
Adja meg, hogy hány tanuló érte el a szereplő érdemjegyeket! Válaszát foglalja táblázatba, majd a táblázat adatait szemléltesse oszlop-diagramon is! (6 pont)



c) Az összes megírt dolgozatból véletlenszerűen kiválasztunk egyet. Mennyi a valószínűsége annak, hogy jeles vagy jó dolgozatot veszünk a kezünkbe? (3 pont)

8) Egy kétforintos érmét kétszer egymás után feldobunk, és feljegyezzük az eredményt. Háromféle esemény következhet be:
A esemény: két fejet dobunk.
B esemény: az egyik dobás fej, a másik írás.
C esemény: két írást dobunk.
Mekkora a *B* esemény bekövetkezésének valószínűsége? (2 pont)

9) A 100-nál kisebb és hattal osztható pozitív egész számok közül véletlenszerűen választunk egyet. Mekkora valószínűséggel lesz ez a szám 8-cal osztható? Írja le a megoldás menetét! (3 pont)

10) Egy dobozban húsz golyó van, aminek 45 százaléka kék, a többi piros. Mekkora annak a valószínűsége, hogy ha találomra egy golyót kihúzunk, akkor az piros lesz? (3 pont)

11) Egy tanulmányi verseny döntőjében 8 tanuló vett részt. Három feladatot kellett megoldaniuk. Az első feladat maximálisan elérhető pontszáma 40, a másodiké 50, a harmadiké 60. A nyolc versenyző feladatonkénti eredményeit tartalmazza az alábbi táblázat:

Versenyző sorszáma	I.	II.	III.	Összpontszám	Százalékos teljesítmény
1.	28	16	40		
2.	31	35	44		
3.	32	28	56		
4.	40	42	49		
5.	35	48	52		
6.	12	30	28		
7.	29	32	45		
8.	40	48	41		

a) Töltse ki a táblázat hiányzó adatait! A százalékos teljesítményt egészre kerekítve adja meg!
Melyik sorszámú versenyző nyerte meg a versenyt, ki lett a második, és ki a harmadik helyezett? (5 pont)

b) A nyolc versenyző dolgozata közül véletlenszerűen kiveszünk egyet. Mennyi a valószínűsége annak, hogy 75 %-osnál jobb teljesítményű dolgozat került a kezünkbe? (2 pont)

c) Egy tanuló betegség miatt nem tudott megjelenni a döntőn. Másnap megkapta, és megoldotta a feladatokat. Eredményét később összehasonlította a nyolc döntős versenyző eredményével. Észrevette, hogy az első feladatot a versenyzők I. feladatra kapott pontszámainak a mediánjára teljesítette (egészre kerekítve), a második feladatot pedig a nyolc versenyző II. feladata pontszámainak a számtani közepére (szintén egészre kerekítve). A III. feladatot 90 %-ra teljesítette.
Mennyi lett ennek a tanulónak az összpontszáma? Ezzel hányadik helyen végzett volna? (5 pont)

12) Egy gimnáziumban 50 diák tanulja emelt szinten a biológiát. Közülük 30-an tizenegyedikesek és 20-an tizenkettedikesek. Egy felmérés alkalmával a tanulóktól azt kérdezték, hogy hetente átlagosan hány órát töltenek a biológia házi feladatok megoldásával. A táblázat a válaszok összesített eloszlását mutatja.

A biológia házi feladatok megoldásával hetente eltöltött órák száma*	0-2	2-4	4-6	6-8	8-10
Tanulók száma	3	11	17	15	4

* A tartományokhoz az alsó határ hozzátartozik, a felső nem.

a) Ábrázolja oszlopdiagramon a táblázat adatait! (3 pont)

b) Átlagosan hány órát tölt a biológia házi feladatok megoldásával hetente ez az 50 tanuló? Az egyes időintervallumok esetében a középértékekkel (1, 3, 5, 7 és 9 órával) számoljon! (3 pont)

Egy újságíró két tanulóval szeretne interjút készíteni. Ezért a biológiát emelt szinten tanuló 50 diák névsorából véletlenszerűen kiválaszt két nevet.

c) Mennyi a valószínűsége annak, hogy az egyik kiválasztott tanuló tizenegyedikes, a másik pedig tizenkettedikes? (6 pont)

d) Mennyi a valószínűsége annak, hogy mindkét kiválasztott tanuló legalább 4 órát foglalkozik a biológia házi feladatok elkészítésével hetente? (5 pont)

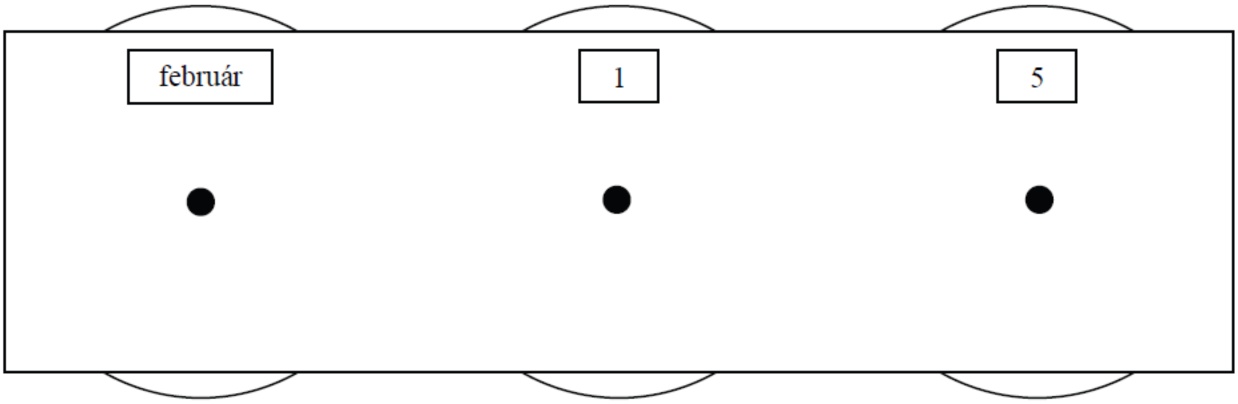
13) Az iskola rajztermében minden rajzasztalhoz két széket tettek, de így a legnagyobb létszámú osztályból nyolc tanulónak nem jutott ülőhely. Minden rajzasztalhoz betettek egy további széket, és így hét üres hely maradt, amikor ebből az osztályból mindenki leült.

a) Hány rajzasztal van a teremben? Hányan járnak az iskola legnagyobb létszámú osztályába? (6 pont)

A rajzterem falát (lásd az ábrán) egy naptár díszíti, melyen három forgatható korong található. A bal oldali korongon a hónapok nevei vannak, a másik két korongon pedig a napokat jelölő számjegyek forgathatók ki. A középső korongon a 0, 1, 2, 3; a jobb szélsőn pedig a 0, 1, 2, 3, ...8, 9 számjegyek szerepelnek. Az ábrán beállított dátum február 15. Ezzel a szerkezettel kiforgathatunk valóságos vagy csak a képzeletben létező „dátumokat”.

b) Összesen hány „dátum” forgatható ki? (3 pont)

c) Mennyi a valószínűsége annak, hogy a három korongot véletlenszerűen megforgatva olyan dátumot kapunk, amely biztosan létezik az évben, ha az nem szökőév. (3 pont)



14) Szabó nagymamának öt unokája van, közülük egy lány és négy fiú. Nem szeret levelet írni, de minden héten ír egy-egy unokájának, így öt hét alatt mindegyik unoka kap levelet.

a) Hányféle sorrendben kaphatják meg az unokák a levelüket az öt hét alatt? (3 pont)

b) Ha a nagymama véletlenszerűen döntötte el, hogy melyik héten melyik unokájának írt levél következik, akkor mennyi annak a valószínűsége, hogy lányunokája levelét az ötödik héten írta meg? (3 pont)

Szabó nagymama sálat kötött egyetlen lányunokájának. Az első napon 8 cm készült el a sálból, és a nagymama elhatározta, hogy a további napokon minden nap 20 százalékkal többet köt meg, mint az előző napon. Ezt az elhatározását tartani tudta.

c) Hány nap alatt készült el a 2 méter hosszúra tervezett sál? (11 pont)

15) Egy televíziós vetélkedőn 20 játékos vesz részt. A műsorvezető kérdésére a lehetséges három válasz közül kell a játékosoknak az egyetlen helyes megoldást kiválasztani, melyet az A, a B vagy a C gomb megnyomásával jelezhetnek. A vetélkedő három fordulóból áll, minden fordulóban négy kérdésre kell válaszolni. Amelyik versenyző hibásan válaszol, 0 pontot kap. A helyes válaszért annyi pont jár, ahány helytelen válasz született (pl. ha Péter jól válaszol és 12-en hibáznak, akkor Péter 12 pontot szerez).

a) Töltse ki az első forduló táblázatának hiányzó adatait! (4 pont)

Első forduló eredményei	1. kérdés	2. kérdés	3. kérdés	4. kérdés
Anikó válasza	helyes	hibás	helyes	
Jó válaszok száma	7	10		8
Anikó elért pontszáma			5	0

b) Hány százalékkal növekedett volna Anikó összpontszáma az első fordulóban, ha a második kérdésre is jól válaszolt volna? (A többi játékos válaszát változatlannak képzeljük.) (3 pont)

c) Ha Anikó valamelyik másik fordulóban mind a négy kérdésre találomra válaszol, akkor mennyi annak a valószínűsége, hogy minden válasza helyes? (3 pont)

d) Hány játékosnak kell helyesen válaszolnia egy adott kérdésre ahhoz, hogy a 20 játékosnak erre a kérdésre kapott összpontszáma a lehető legtöbb legyen? (7 pont)

16) Péter egy 100-nál nem nagyobb pozitív egész számra gondolt. Ezen kívül azt is megmondta Pálnak, hogy a gondolt szám 20-szal osztható. Mekkora valószínűséggel találja ki Pál elsőre a gondolt számot, ha jól tudja a matematikát? (2 pont)

17) Egy szerencsejáték a következőképpen zajlik:
A játékos befizet 7 forintot, ezután a játékvezető feldob egy szabályos dobókockát. A dobás eredményének ismeretében a játékos abbahagyhatja a játékot; ez esetben annyi Ft-ot kap, amennyi a dobott szám volt.
Dönthet azonban úgy is, hogy nem kéri a dobott számnak megfelelő pénzt, hanem újabb 7 forintért még egy dobást kér. A játékvezető ekkor újra feldobja a kockát. A két dobás eredményének ismeretében annyi forintot fizet ki a játékosnak, amennyi az első és a második dobás eredményének szorzata. Ezzel a játék véget ér.
Zsófi úgy dönt, hogy ha 3-nál kisebb az első dobás eredménye, akkor abbahagyja, különben pedig folytatja a játékot.

a) Mennyi annak a valószínűsége, hogy Zsófi tovább játszik? (4 pont)

b) Zsófi játékának megkezdése előtt számítsuk ki, mekkora valószínűséggel fizet majd neki a játékvezető pontosan 12 forintot? (6 pont)

Barnabás úgy dönt, hogy mindenképpen két dobást kér majd. Áttekinti a két dobás utáni lehetséges egyenlegeket: a neki kifizetett és az általa befizetett pénz különbségét.

c) Írja be a táblázat üres mezőibe a két dobás utáni egyenlegeket! (4 pont)

		második dobás eredménye					
		1	2	3	4	5	6
első dobás eredménye	1	-13					
	2						
	3						
	4						10
	5						
	6						

d) Mekkora annak a valószínűsége, hogy Barnabás egy (két dobásból álló) játszmában nyer? (3 pont)

18) Az autókereskedés parkolójában 1–25-ig számozott hely van. Minden beérkező autó véletlenszerűen kap parkolóhely számot.

a) Az üres parkolóba elsőként beparkoló autó vezetőjének szerencseszáma a 7. Mekkora annak a valószínűsége, hogy a kapott parkolóhely számnak van hetes számjegye, vagy a szám hétnek többszöröse? (4 pont)

Május 10-én az üres parkolóba 25 kocsi érkezik: 12 ezüstszínű ötajtós, 4 piros négyajtós, 2 piros háromajtós és 7 zöld háromajtós.

b) Az üres parkolóba már beálltak a négy és ötajtós autók. Hányféleképpen állhatnak be az üresen maradt helyekre a háromajtósak? (Az azonos színű autókat nem különböztetjük meg egymástól.) (5 pont)

A május 10-re előjegyzett 25 vevő az autó színére is megfogalmazta előzetesen a kívánságait. Négyen zöld kocsit rendeltek, háromnak a piros szín kivételével mindegyik megfelel, öten akarnak piros vagy ezüst kocsit, tízen zöldet vagy pirosat. Három vevőnek mindegy, milyen színű kocsit vesz.

c) Színek szempontjából kielégíthető-e a május 10-re előjegyzett 25 vevő igénye az aznap reggel érkezett autókkal? (8 pont)

19) Egy vetélkedőn részt vevő versenyzők érkezéskor sorszámot húznak egy urnából. Az urnában 50 egyforma gömb van. Minden egyes gömbben egy-egy szám van, ezek különböző egész számok 1-től 50-ig.

a) Mekkora annak a valószínűsége, hogy az elsőnek érkező versenyző héttel osztható sorszámot húz? (3 pont)

A vetélkedő győztesei között jutalomként könyvutalványt szerettek volna szétosztani a szervezők. A javaslat szerint Anna, Bea, Csaba és Dani kapott volna jutalmat, az egyes jutalmak aránya az előbbi sorrendnek megfelelően $1:2:3:4$. Közben kiderült, hogy akinek a teljes jutalom ötödét szánták, önként lemond az utalványról. A zsűri úgy döntött, hogy a neki szánt 16000 forintos utalványt is szétosztják a másik három versenyző között úgy, hogy az ő jutalmaik közötti arány ne változzon.

b) Összesen hány forint értékű könyvutalványt akartak a szervezők szétosztani a versenyzők között, és ki mondott le a könyvutalványról? (6 pont)

c) Hány forint értékben kapott könyvutalványt a jutalmat kapott három versenyző külön-külön? (3 pont)

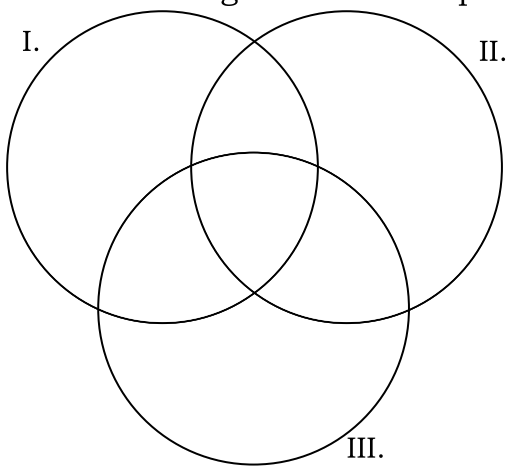
20) Egy zsákban nyolc fehér golyó van. Hány fekete golyót kell a zsákba tenni - hogy véletlenszerűen kiválasztva egy golyót -, fehér golyó kiválasztásának 0,4 legyen a valószínűsége, ha bármelyik golyót ugyanakkora valószínűséggel választjuk? (2 pont)

21) Béla egy fekete és egy fehér színű szabályos dobókockával egyszerre dob. Feljegyzi azt a kétjegyű számot, amelyet úgy kap, hogy a tízes helyiértéken a fekete kockával dobott szám, az egyes helyiértéken pedig a fehér kockával dobott szám áll.
Mennyi annak a valószínűsége, hogy a feljegyzett kétjegyű szám
a) négyzetszám; (3 pont)
b) számjegyei megegyeznek; (3 pont)
c) számjegyeinek összege legfeljebb 9? (6 pont)

22) Az alábbi kilenc szám közül egyet véletlenszerűen kiválasztva, mekkora annak a valószínűsége, hogy a kiválasztott szám nem negatív?
–3,5; –5; 6; 8,4; 0; –2,5; 4; 12; –11. (2 pont)

23) A héten az ötös lottón a következő számokat húzták ki: 10, 21, 22, 53 és 87. Kata elújságolta Sárának, hogy a héten egy két találatos szelvénye volt. Sára nem ismeri Kata szelvényét, és arra tippel, hogy Kata a 10-est és az 53-ast találta el. Mekkora annak a valószínűsége, hogy Sára tippje helyes? Válaszát indokolja! (3 pont)

24) Egy középiskolába 620 tanuló jár. Az iskola diákbizottsága az iskolanapra három kiadványt jelentetett meg:
I. Diákok Hangja
II. Iskolaélet
III. Miénk a suli!
Később felmérték, hogy ezeknek a kiadványoknak milyen volt az olvasottsága az iskola tanulóinak körében.
A Diákok Hangját a tanulók 25%-a, az Iskolaéletet 40%-a, a Miénk a suli! c. kiadványt pedig 45%-a olvasta. Az első két kiadványt a tanulók 10%-a, az első és harmadik kiadványt 20%-a, a másodikat és harmadikat 25%-a, mindhármat pedig 5%-a olvasta.

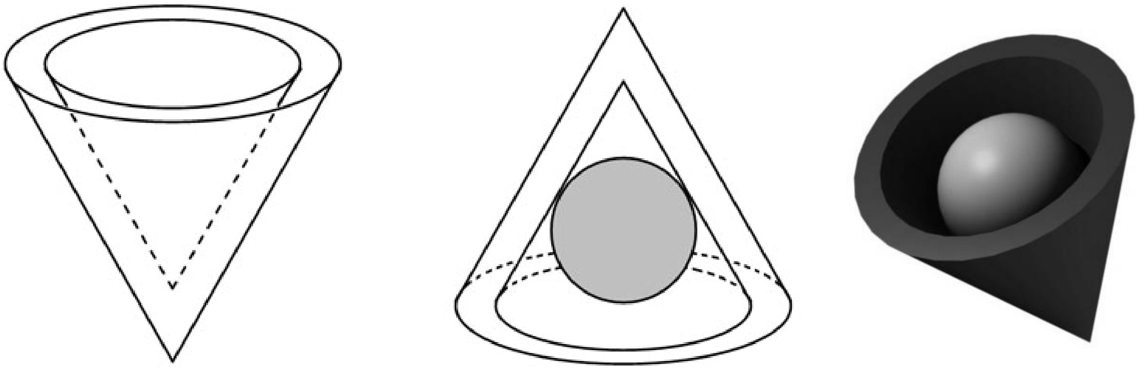


a) Hányan olvasták mindhárom kiadványt? (2 pont)
b) A halmazábra az egyes kiadványokat elolvasott tanulók létszámát szemlélteti. Írja be a halmazábra mindegyik tartományába az oda tartozó tanulók számát! (6 pont)
c) Az iskola tanulóinak hány százaléka olvasta legalább az egyik kiadványt? (2 pont)

Az iskola 12. évfolyamára 126 tanuló jár, közöttük kétszer annyi látogatta az iskolanap rendezvényeit, mint aki nem látogatta. Az Iskolaélet című kiadványt a rendezvényeket látogatók harmada, a nem látogatóknak pedig a fele olvasta. Egy újságíró megkérdez két, találomra kiválasztott diákot az évfolyamról, hogy olvasták-e az Iskolaéletet.
d) Mekkora annak a valószínűsége, hogy a két megkérdezett diák közül az egyik látogatta az iskolanap rendezvényeit, a másik nem, viszont mindketten olvasták az Iskolaéletet? (7 pont)

25) Az egyik csokoládégyárban egy újfajta, kúp alakú desszertet gyártanak. A desszert csokoládéból készült váza olyan, mint egy tölcsér. (Lásd ábra.)

A külső és belső kúp hasonló, a hasonlóság aránya $\frac{6}{5}$ A kisebb kúp adatai: alapkörének sugara 1 cm, magassága 2,5 cm hosszú.



a) Hány cm^3 csokoládét tartalmaz egy ilyen csokoládéváz? A választ tizedre kerekítve adja meg! (5 pont)

Az elkészült csokoládéváz üreges belsejébe marcipángömböt helyeznek, ezután egy csokoládéból készült vékony körlemezzel lezárják a kúpot.

b) Hány cm a sugara a lehető legnagyobb méretű ilyen marcipángömbnek? A választ tizedre kerekítve adja meg! (7 pont)

A marcipángömböket gyártó gép működése nem volt hibátlan. A mintavétellel végzett minőség-ellenőrzés kiderítette, hogy a legyártott gömbök 10%-ában a marcipángömb mérete nem felel meg az előírtnak.

c) A már legyártott nagy mennyiségű gömb közül 10-et kiválasztva, mekkora annak a valószínűsége, hogy a kiválasztottak között pontosan 4-nek a mérete nem felel meg az előírásnak?
(A kérdezett valószínűség kiszámításához használhatja a binomiális eloszlás képletét.) (5 pont)

26) Egy kockajátékban egy menet abból áll, hogy szabályos dobókockával kétszer dobunk egymás után. Egy dobás 1 pontot ér, ha négyest vagy ötöst dobunk, egyébként a dobásért nem jár pont. A menetet úgy pontozzák, hogy a két dobásért járó pontszámot összeadják.

a) Mennyi annak a valószínűsége, hogy egy menetben 1 pontot szerzünk, és azt az első dobásért kapjuk? (5 pont)

b) Minek nagyobb a valószínűsége,
   - annak, hogy egy menetben szerzünk pontot, vagy
   - annak, hogy egy menetben nem szerzünk pontot? (7 pont)

27) Egy piros és egy sárga szabályos dobókockát egyszerre feldobunk. Mennyi a valószínűsége annak, hogy a dobott számok összege pontosan 4 lesz? Válaszát indokolja! (3 pont)

28) András, Balázs, Cili, Dóra és Enikő elhatározták, hogy sorsolással döntenek arról, hogy közülük ki kinek készít ajándékot. Úgy tervezték, hogy a neveket ráírják egy-egy papír cetlire, majd a lefelé fordított öt cédulát összekeverik, végül egy sorban egymás mellé leteszik azokat az asztalra. Ezután, keresztnevük szerinti névsorban haladva egymás után vesznek el egy-egy cédulát úgy, hogy a soron következő mindig a bal szélső cédulát veszi el.

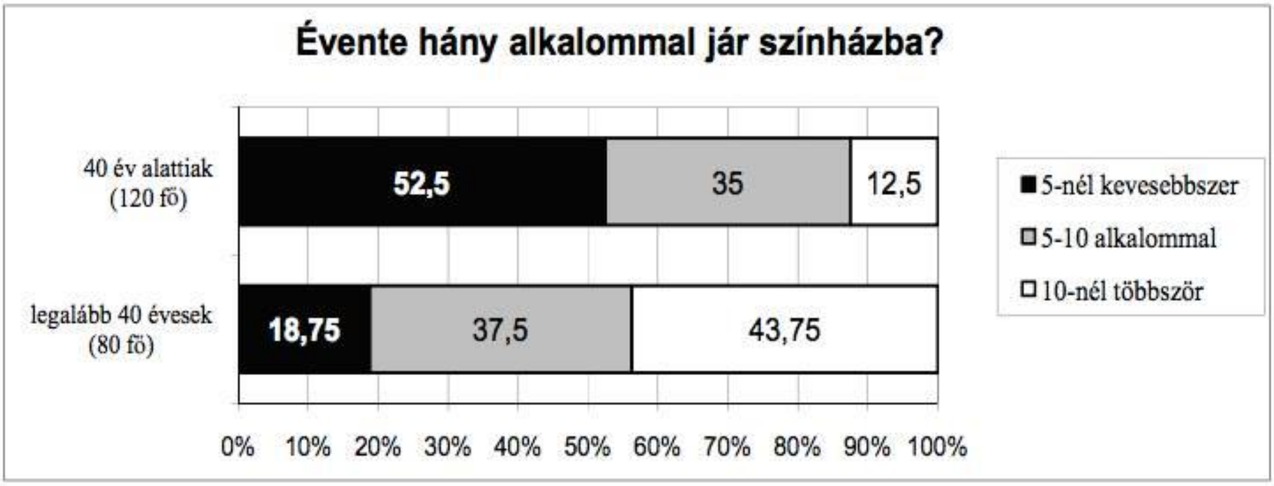
a) Mennyi a valószínűsége, hogy az elsőnek húzó Andrásnak a saját neve jut? (5 pont)

b) Írja be az alábbi táblázatba az összes olyan sorsolás eredményét, amelyben csak Enikőnek jut a saját neve! A táblázat egyes soraiban az asztalon lévő cédulák megfelelő sorrendjét adja meg! (A megadott táblázat sorainak a száma lehet több, kevesebb vagy ugyanannyi, mint a felsorolandó esetek száma. Ennek megfelelően hagyja üresen a felesleges mezőket, vagy egészítse ki újabb mezőkkel a táblázatot, ha szükséges!) (6 pont)

	A húzó neve				
	A	B	C	D	E
A cédulák megfelelő sorrendjei					E
					E
					E
					E
					E
					E

c) Az ajándékok átadása után mind az öten moziba mentek, és a nézőtéren egymás mellett foglaltak helyet. Hány különböző módon kerülhetett erre sor, ha tudjuk, hogy a két fiú nem ült egymás mellett? (6 pont)

29) Egy felmérés során két korcsoportban összesen 200 embert kérdeztek meg arról, hogy évente hány alkalommal járnak színházba. Közülük 120-an 40 évesnél fiatalabbak, 80 válaszadó pedig 40 éves vagy annál idősebb volt. Az eredményeket (százalékos megoszlásban) az alábbi diagram szemlélteti.



a) Hány legalább 40 éves ember adta azt a választ, hogy 5-nél kevesebbszer volt színházban? (3 pont)

b) A megkérdezettek hány százaléka jár évente legalább 5, de legfeljebb 10 alkalommal színházba? (4 pont)

c) A 200 ember közül véletlenszerűen kiválasztunk kettőt. Mekkora a valószínűsége annak, hogy közülük legfeljebb az egyik fiatalabb 40 évesnél?

Válaszát három tizedesjegyre kerekítve adja meg! (5 pont)

30) Tekintsük a következő halmazokat:

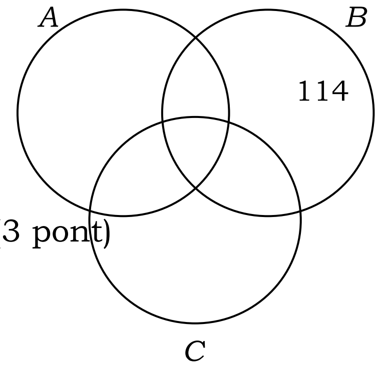
$A = \{$a 100-nál nem nagyobb pozitív egész számok$\}$

$B = \{$a 300-nál nem nagyobb, 3-al osztható pozitív egész számok$\}$

$C = \{$a 400-nál nem nagyobb, 4-el osztható pozitív egész számok$\}$

a) Töltse ki a táblázatot a minta alapján, majd a táblázat alapján írja be az 52, 78, 124, 216 számokat a halmazábra megfelelő tartományába! (8 pont)

	A halmaz	*B* halmaz	*C* halmaz
114	*nem eleme*	*eleme*	*nem eleme*
52			
78			
124			
216			



b) Határozza meg az $A \cap B \cap C$ halmaz elemszámát! (3 pont)

c) Számítsa ki annak valószínűségét, hogy az *A* halmazból egy elemet véletlenszerűen kiválasztva a kiválasztott szám nem eleme sem a *B*, sem a *C* halmaznak! (6 pont)

31) Adja meg annak valószínűségét, hogy a 7; 8; 9; 10; 11, 12; 13; 14 számok közül egyet véletlenszerűen kiválasztva a kiválasztott szám prím! (2 pont)

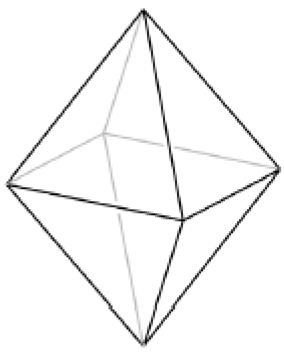
32) Egy iskola asztalitenisz bajnokságán hat tanuló vesz részt. Mindenki mindenkivel egy mérkőzést játszik. Eddig Andi egy mérkőzést játszott, Barnabás és Csaba kettőt-kettőt, Dani hármat, Enikő és Feri négyet-négyet.

a) Rajzolja le az eddig lejátszott mérkőzések egy lehetséges gráfját! (4 pont)

b) Lehetséges-e, hogy Andi az eddig lejátszott egyetlen mérkőzését Barnabással játszotta? (Igen válasz esetén rajzoljon egy megfelelő gráfot; nem válasz esetén válaszát részletesen indokolja!) (6 pont)

c) Számítsa ki annak a valószínűségét, hogy a hat játékos közül kettőt véletlenszerűen kiválasztva, ők eddig még nem játszották le az egymás elleni mérkőzésüket! (7 pont)

33) Tekintsünk két egybevágó, szabályos négyoldalú (négyzet alapú) gúlát, melyek alapélei 2 cm hosszúak, oldalélei pedig 3 cm-esek. A két gúlát alaplapjuknál fogva összeragasztjuk (az alaplapok teljesen fedik egymást), így az ábrán látható testet kapjuk.

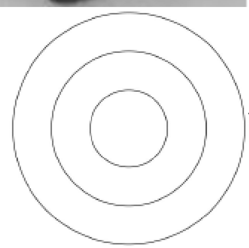


a) Számítsa ki ennek a testnek a felszínét (cm^2-ben) és a térfogatát (cm^3-ben)! Válaszait egy tizedesjegyre kerekítve adja meg!

A test lapjait 1-től 8-ig megszámozzuk, így egy „dobó-oktaédert" kapunk, amely minden oldallapjára egyforma valószínűséggel esik. Egy ilyen test esetében is van egy felső lap, az ezen lévő számot tekintjük a dobás kimenetelének. (Az ábrán látható „dobó-oktaéderrel" 8-ast dobtunk.) (9 pont)

b) Határozza meg annak a valószínűségét, hogy ezzel a „dobó-oktaéderrel" egymás után négyszer dobva, legalább három esetben 5-nél nagyobb számot dobunk! (8 pont)

34) Egy ajándéktárgyak készítésével foglalkozó kisiparos családi



vállalkozása keretében zászlókat, kitűzőket is gyárt. Az ábrán az egyik általa készített kitűző stilizált képe látható. A kitűzőn lévő három mező kiszínezéséhez 5 szín (piros, kék, fehér, sárga, zöld) közül választhat. Egy mező kiszínezéséhez egy színt használ, és a különböző mezők lehetnek azonos színűek is.

a) Hányféle háromszínű kitűzőt készíthet a kisiparos? (3 pont)
b) Hányféle kétszínű kitűző készíthető? (5 pont)

A kisiparos elkészíti az összes lehetséges különböző (egy-, két- és háromszínű) kitűzőt egy-egy példányban, és véletlenszerűen kiválaszt közülük egyet.

c) Mennyi annak a valószínűsége, hogy olyan kitűzőt választ, amelyen az egyik mező kék, egy másik sárga, a harmadik pedig zöld színű? (4 pont)

35) Az egyik világbajnokságon részt vevő magyar női vízilabdacsapat 13 tagjának életkor szerinti megoszlását mutatja az alábbi táblázat.

Életkor	17	18	19	21	22	23	24	25	26	31
Gyakoriság	2	1	1	1	2	1	2	1	1	1

a) Számítsa ki a csapat átlagéletkorát! (2 pont)

Jelölje *A* azt az eseményt, hogy a csapatból 7 játékost véletlenszerűen kiválasztva, a kiválasztottak között legfeljebb egy olyan van, aki 20 évnél fiatalabb.

b) Számítsa ki az *A* esemény valószínűségét! (8 pont)

A világbajnokság egyik mérkőzésén a magyar kezdőcsapat 6 mezőnyjátékosáról a következőket tudjuk:

- a legidősebb és a legfiatalabb játékos életkorának különbsége 12 év,
- a játékosok életkorának egyetlen módusza 22 év,
- a hat játékos életkorának mediánja 23 év,
- a hat játékos életkorának átlaga 24 év.

c) Adja meg a kezdőcsapat hat mezőnyjátékosának életkorát! (7 pont)

36) Egy dobozban 50 darab golyó van, közülük 10 darab piros színű. Mennyi annak a valószínűsége, hogy egy golyót véletlenszerűen kihúzva pirosat húzunk? (Az egyes golyók húzásának ugyanakkora a valószínűsége.) (2 pont)

37) Anna, Béla, Cili és Dénes színházba megy. Jegyük a baloldal 10. sor 1., 2., 3., 4. helyére szól.

a) Hányféle sorrendben tudnak leülni a négy helyre? (2 pont)
b) Hányféleképpen tudnak leülni a négy helyre úgy, hogy Anna és Béla egymás mellé kerüljenek? (3 pont)
c) Mekkora annak a valószínűsége, hogy Anna és Béla jegye egymás mellé szól, ha a fenti négy jegyet véletlenszerűen osztjuk ki közöttük? (4 pont)

A színház 1200 személyes. A szombati előadásra az összes jegy elkelt. Az eladott jegyek 40%-a 800 Ft-os, 25%-a 1000 Ft-os, 20%-a 1200 Ft-os, 15%-a 1500 Ft-os jegy volt.

d) Ábrázolja kördiagramon az eladott jegyek jegyárak szerinti százalékos megoszlását! (3 pont)
e) Számítsa ki, hogy átlagosan mennyibe kerül egy színházjegy! (5 pont)

38) Egy teherautóval több zöldségboltba almát szállítottak. Az egyik üzletbe 60 kg jonatánt, 135 kg starkingot, 150 kg idaredet és 195 kg golden almát vittek. A jonatán és az idared alma kilóját egyaránt 120 Ft-ért, a starking és a golden kilóját 85 Ft-ért árulta a zöldséges.

a) Hány százalékkal volt drágább a jonatán alma kilója a goldenéhez képest? (2 pont)

b) Mennyi bevételhez jutott a zöldséges, ha a teljes mennyiséget eladta? (2 pont)

c) A zöldségeshez kiszállított árukészlet alapján számítsa ki, hogy átlagosan mennyibe került nála 1 kg alma! (3 pont)

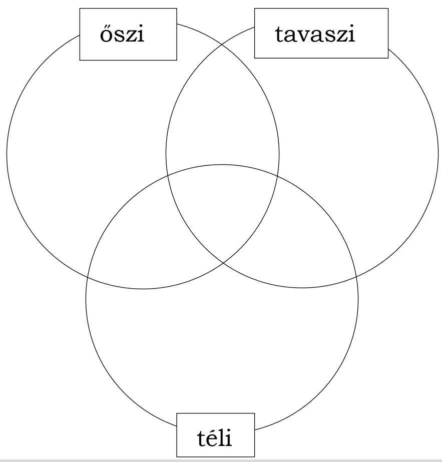
d) Ábrázolja kördiagramon a zöldségeshez érkezett alma mennyiségének fajták szerinti megoszlását! (6 pont)

A jonatán alma mérete kisebb, mint az idaredé, így abból átlagosan 25%-kal több darab fér egy ládába, mint az idaredből. Rakodásnál mindkét fajtából kiborult egy-egy tele láda alma, és tartalmuk összekeveredett.

e) A kiborult almákból véletlenszerűen kiválasztva egyet, mekkora a valószínűsége annak, hogy az jonatán lesz? (4 pont)

39) Egy zeneiskola minden tanulója szerepelt a tanév során szervezett három hangverseny, az őszi, a téli, a tavaszi koncert valamelyikén. 20-an voltak, akik az őszi és a téli koncerten is, 23-an, akik a télin és a tavaszin is, és 18-an, akik az őszi és a tavaszi hangversenyen is szerepeltek. 10 olyan növendék volt, aki mindhárom hangversenyen fellépett.

a) Írja be a halmazábrába a szövegben szereplő adatokat a megfelelő helyre! (4 pont)



A zeneiskolába 188 tanuló jár. Azok közül, akik csak egy hangversenyen léptek fel, kétszer annyian szerepeltek tavasszal, mint télen, de csak negyedannyian ősszel, mint tavasszal.

b) Számítsa ki, hogy hány olyan tanuló volt, aki csak télen szerepelt! (8 pont)

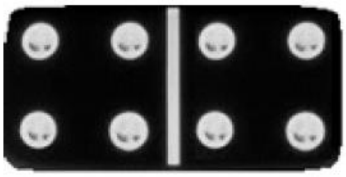
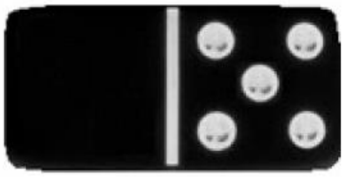
c) 32 tanuló jár az A osztályba, 28 pedig a B-be. Egy ünnepélyen a két osztályból véletlenszerűen kiválasztott 10 tanulóból álló csoport képviseli az iskolát. Mennyi annak a valószínűsége, hogy mind a két osztályból pontosan 5-5 tanuló kerül a kiválasztott csoportba? (5 pont)

40) Adja meg annak az eseménynek a valószínűségét, hogy egy szabályos dobókockával egyszer dobva a dobott szám osztója a 60-nak! Válaszát indokolja! (3 pont)

41)

a) Egy memóriajáték 30 olyan egyforma méretű lapból áll, melyek egyik oldalán egy-egy egész szám áll az 1, 2, 3, … 14, 15 számok közül. Mindegyik szám pontosan két lapon szerepel. A lapok másik oldala (a hátoldala) teljesen azonos mintázatú. A 30 lapot összekeverjük. A játék kezdetén a lapokat az asztalra helyezzük egymás mellé, hátoldalukkal felfelé fordítva, így a számok nem látszanak. Számítsa ki annak a valószínűségét, hogy a játék kezdetén két lapot véletlenszerűen kiválasztva a lapokon álló számok megegyeznek! (5 pont)

b) Egy dominókészlet azonos méretű kövekből áll. Minden dominókő egyik oldala egy vonallal két részre van osztva. Az egyes részeken elhelyezett pöttyök száma 0-tól 6-ig bármi lehet. Minden lehetséges párosításnak léteznie kell, de két egyforma kő nem lehet egy készletben. Az ábrán két kő látható: a 4-4-es és a 0-5-ös (vagy 5-0-ás). Hány kőből áll egy dominókészlet? (6 pont)

c) A „Ki nevet a végén?” nevű társasjátékban egy játékos akkor indulhat el a pályán, amikor egy szabályos dobókockával 6-ost dob. Számítsa ki annak a valószínűségét, hogy valaki pontosan a harmadik dobására indulhat el a pályán! (6 pont)

42) Egy kalapban 3 piros, 4 kék és 5 zöld golyó van. Találomra kihúzunk a kalapból egy golyót. Adja meg annak valószínűségét, hogy a kihúzott golyó nem piros! (2 pont)

43) András és Péter „számkártyázik” egymással. A játék kezdetén mindkét fiúnál hat-hat lap van: az 1, 2, 3, 4, 5, 6 számkártya. Egy mérkőzés hat csata megvívását jelenti, egy csata pedig abból áll, hogy András és Péter egyszerre helyez el az asztalon egy-egy számkártyát. A csatát az nyeri, aki a nagyobb értékű kártyát tette le. A nyertes elviszi mindkét kijátszott lapot. (Például ha András a 4-est, Péter a 2-est teszi le, akkor András viszi el ezt a két lapot.) Ha ugyanaz a szám szerepel a két kijátszott számkártyán, akkor a csata döntetlenre végződik. Ekkor mindketten egy-egy kártyát visznek el. Az elvitt kártyákat a játékosok maguk előtt helyezik el, ezeket a továbbiakban már nem játsszák ki.

a) Hány kártya van Péter előtt az első mérkőzés után, ha András az 1, 2, 3, 4, 5, 6, Péter pedig a 2, 4, 5, 3, 1, 6 sorrendben játszotta ki a lapjait? (2 pont)

A második mérkőzés során Péter az 1, 2, 3, 4, 5, 6 sorrendben játszotta ki a lapjait, és így összesen két lapot vitt el.

b) Adjon meg egy lehetséges sorrendet, amelyben András kijátszhatta lapjait! (3 pont)

A harmadik mérkőzés hat csatája előtt András elhatározta, hogy az első csatában a 2-es, a másodikban a 3-as számkártyát teszi majd le, Péter pedig úgy döntött, hogy ő véletlenszerűen játssza ki a lapjait (alaposan megkeveri a hat kártyát, és mindig a felül lévőt küldi csatába).

c) Számítsa ki annak a valószínűségét, hogy az első két csatát Péter nyeri meg! (6 pont)

A negyedik mérkőzés előtt mindketten úgy döntöttek, hogy az egész mérkőzés során véletlenszerűen játsszák majd ki a lapjaikat. Az első három csata után Andrásnál a 3, 4, 6 számkártyák maradtak, Péternél pedig az 1, 5, 6 számkártyák.

d) Adja meg annak a valószínűségét, hogy András az utolsó három csatából pontosan kettőt nyer meg! (6 pont)

44) Az első 100 pozitív egész szám közül véletlenszerűen kiválasztunk egyet. Adja meg annak a valószínűségét, hogy a kiválasztott szám osztható 5-tel! (2 pont)

45) Egy focicsapat 11 játékosa megérkezik az edzésre, néhányan kezet fognak egymással. (Két játékos között legfeljebb egy kézfogás történik.) Az edző felírta, hogy ki hányszor fogott kezet, és a következő számokat kapta: 0; 1; 2; 2; 2; 5; 0; 0; 4; 4; 2.

a) Ábrázolja a kézfogásoknak egy lehetséges gráfját, ahol a pontok a játékosokat jelölik, és két pont között akkor van él, ha az illetők kezet fogtak az edzés előtt! (3 pont)

b) Hány kézfogás történt összesen? (2 pont)

Egy másik alkalommal az edző által feljegyzett 11 nemnegatív egész számról a következőket állapítottuk meg: a számok egyetlen módusza 2, mediánja 3, átlaga 4, terjedelme pedig 5 volt.

c) Adjon meg a fenti feltételeknek megfelelő 11 nemnegatív egész számot! (5 pont)

Az edzésen a játékosok a tizenegyesrúgást gyakorolják. Az egyik játékos 0,9 valószínűséggel lövi be a tizenegyest.

d) Mennyi a valószínűsége annak, hogy három rúgásból legalább egyszer betalál? A valószínűség pontos értékét adja meg! (7 pont)

46) Két különböző színű szabályos dobókockával egyszerre dobunk. Adja meg annak a valószínűségét, hogy a dobott számok szorzata prímszám lesz! Megoldását részletezze! (4 pont)

47) Egy webáruházba való belépés előzetes regisztrációhoz kötött, melynek során a regisztráló életkorát is meg kell adnia. Az adatok alapján a 25560 regisztráló közül 28 évesnél fiatalabb 7810 fő, 55 évesnél idősebb 4615 fő, a többiek 28 és 55 év közöttiek.

a) Készítsen a létszámadatok alapján kördiagramot, kiszámítva a három körcikkhez tartozó középponti szögeket is! (5 pont)

A webáruház üzemeltetői a vásárlói szokásokat szeretnék elemezni, ezért a regisztráltak közül véletlenszerűen kiválasztanak két személyt.

b) Adja meg annak a valószínűségét, hogy az egyik kiválasztott személy 28 évesnél fiatalabb, a másik 55 évesnél idősebb! (4 pont)

A regisztráltak egy része vásárol is a webáruházban. A vásárlók között a 28 év alattiak éppen kétszer annyian vannak, mint az 55 évesnél idősebbek. A 28 év alattiak az elmúlt időszakban összesen 19 325 700 Ft, az 55 év felettiek 17 543 550 Ft értékben vásároltak. Az 55 év felettiek átlagosan 2410 Ft-al költöttek többet, mint a 28 év alattiak.

c) Számítsa ki, hány 55 év feletti vásárlója volt a webáruháznak, és adja meg, hogy ezek a vásárlók átlagosan mennyit költöttek! (8 pont)

48) A biológiaérettségi egyik tesztkérdésénél a megadott öt válaszlehetőség közül a két jót kell megjelölni.

a) Számítsa ki annak a valószínűségét, hogy az öt lehetőség közül kettőt véletlenszerűen kiválasztva a két jó választ találjuk el! (3 pont)

Nóri, Judit és Gergő egy 58 kérdésből álló biológiateszttel mérik fel tudásukat az érettségi előtt. A kitöltés után, a helyes válaszokat megnézve az derült ki, hogy Nóri 32, Judit 38 kérdést válaszolt meg helyesen, és 21 olyan kérdés volt, amelyre mindketten jó választ adtak. Megállapították azt is, hogy 11 kérdésre mindhárman helyesen válaszoltak, és Gergő helyesen megoldott feladati közül 17-et Nóri is, 19-et Judit is jól oldott meg. Volt viszont 4 olyan kérdés, amelyet egyikük sem tudott jól megválaszolni.

b) Számítsa ki annak a valószínűségét, hogy egy kérdést véletlenszerűen kiválasztva, arra Gergő helyes választ adott! Válaszát három tizedesjegyre kerekítve adja meg! (8 pont)

Nóri a biológia és kémia szóbeli érettségire készül. Biológiából 28, kémiából 30 tételt kell megtanulnia. Az első napra mindkét tárgyból 3-3 tételt szeretne kiválasztani, majd a kiválasztott tételeket sorba állítani úgy, hogy a két tantárgy tételei felváltva kövessék egymást.

c) Számítsa ki, hányféleképpen állíthatja össze Nóri az első napra szóló tanulási programját! (6 pont)

49) Az 50-nél nem nagyobb pozitív páros számok közül egyet véletlenszerűen kiválasztunk. Mennyi a valószínűsége annak, hogy néggyel osztható számot választunk? Válaszát indokolja! (3 pont)

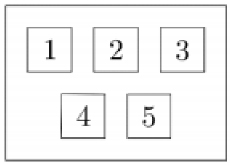
50) Egy műanyag terméket gyártó üzemben szabályos hatoldalú csonkagúla alakú, felül nyitott virágtartó dobozokat készítenek egy kertészet számára (lásd az ábrát). A csonkagúla alaplapja 13 cm oldalú szabályos hatszög, fedőlapja 7cm oldalú szabályos hatszög, az oldalélei 8 cm hosszúak.

a) Egy műanyagöntő gép 1 kg alapanyagból (a virágtartó doboz falának megfelelő anyagvastagság mellett) $0{,}93\ \text{m}^2$ felületet képes készíteni. Számítsa ki, hány virágtartó doboz készíthető 1 kg alapanyagból! (11 pont)

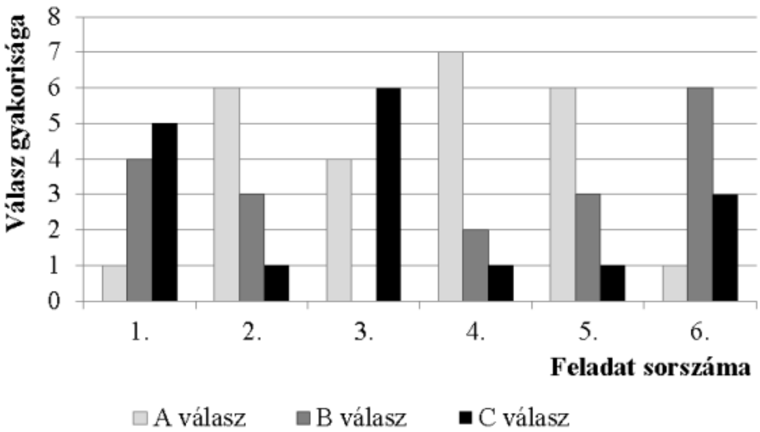
A kertészetben a sok virághagymának csak egy része hajt ki: $0{,}91$ annak a valószínűsége, hogy egy elültetett virághagyma kihajt.

b) Számítsa ki annak a valószínűségét, hogy 10 darab elültetett virághagyma közül legalább 8 kihajt! Válaszát három tizedesjegyre kerekítve adja meg! (6 pont)

51) Az osztály lottót szervez, melyben az 1, 2, 3, 4, 5, számok közül húznak ki hármat. Tamás a 2, 3, 5 számokat jelöli be a szelvényen. Számítsa ki annak a valószínűségét, hogy Tamásnak telitalálata lesz! Számítását részletezze! (4 pont)



52) Egy hat kérdéses tesztben minden kérdésnél a megadott három lehetőség (A, B és C) közül kellett választani a helyes választ. A tesztet tíz diák írta meg. Az alábbi diagram az egyes feladatokra adott válaszok eloszlását mutatja.



A teszt értékelésekor minden helyes válaszra 1 pont, helytelen válaszra pedig 0 pont jár. Tudjuk, hogy a tíz diák összesen 35 pontot szerzett.

a) Határozza meg az összes jó és az összes rossz válasz számát, és készítsen ezekről kördiagramot! (4 pont)

b) Igaz-e, hogy minden kérdésre az a jó válasz, amit a legtöbben jelöltek be? Válaszát indokolja! (3 pont)

Éva, János és Nóra is megírták ezt a tesztet. Egyetlen olyan kérdés volt, amelyre mindhárman jól válaszoltak. Három olyan kérdés volt, amit Éva és János is jól válaszolt meg, kettő olyan, amire János és Nóra is, és egy olyan, amire Nóra és Éva is jó választ adott. Két olyan kérdés volt, amelyet csak egyvalaki oldott meg helyesen hármuk közül.

c) Hány pontot szereztek ők hárman összesen ezen a teszten? (5 pont)

Az egyik diák nem készült fel a tesztre, válaszait tippelve, véletlenszerűen adja meg.

d) Mekkora valószínűséggel lesz legalább egy jó válasza a tesztben? (5 pont)

53) Zsófi gyertyákat szeretne önteni, hogy megajándékozhassa a barátait. Öntőformának egy négyzet alapú szabályos gúlát választ, melynek alapéle 6 cm, oldaléle 5 cm hosszúságú. Egy szaküzletben 11 cm oldalú, kocka alakú tömbökben árulják a gyertyának való viaszt. Ezt megolvasztva és az olvadt viaszt a formába öntve készülnek a gyertyák. (A számítások során tekintsen el az olvasztás és öntés során bekövetkező térfogatváltozástól.)

a) Legfeljebb hány gyertyát önthet Zsófi egy 11 cm oldalú, kocka alakú tömbből? (6 pont)

Zsófi az elkészült gúla alakú gyertyák lapjait szeretné kiszínezni. Mindegyik lapot (az alaplapot és az oldallapokat is) egy-egy színnek, kékkel vagy zölddel fogja színezni.

b) Hányféle különböző gyertyát tud Zsófi ilyen módon elkészíteni? (Két gyertyát különbözőnek tekintünk, ha forgással nem vihetők egymásba.) (6 pont)

Zsófi a gyertyák öntéséhez három különböző fajta „varázskanócot” használ. Mindegyik fajta „varázskanóc” fehér színű, de a meggyújtáskor (a benne lévő anyagtól függően) az egyik fajta piros, a másik lila, a harmadik narancssárga lánggal ég, Zsófi hétfőn egy dobozba tesz 6 darab gyertyát, mindhárom fajtából kettőt-kettőt. Keddtől kezdve minden nap véletlenszerűen kivesz egy gyertyát a dobozból, és meggyújtja.

c) Számítsa ki annak a valószínűségét, hogy Zsófi az első három nap három különböző színű lánggal égő gyertyát gyújt meg! (5 pont)

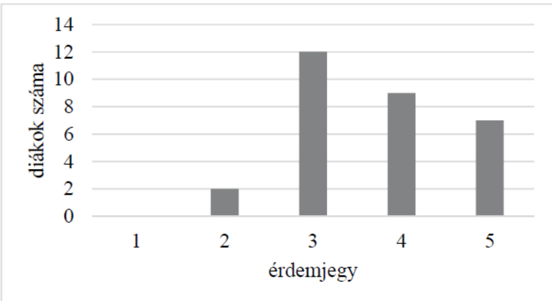
54) Adja meg az alábbi állítások logikai értékét (igaz vagy hamis)!

A: Egy szabályos dobókockával egyszer dobva $\frac{2}{6}$ annak a valószínűsége, hogy négyzetszámot dobunk.

B: Két szabályos pénzérmét feldobva $\frac{1}{3}$ annak a valószínűsége, hogy mindkettővel írást dobunk.

C: Az egyjegyű pozitív egész számok közül egyet véletlenszerűen választva $\frac{4}{9}$ annak a valószínűsége, hogy páros számot választunk. (2 pont)

55) Egy 30 fős osztály matematikaérettségi vizsgájának érdemjegyei olvashatók le az alábbi diagramról.



a) Adja meg az osztály matematikaérettségi érdemjegyeinek átlagát, mediánját és móduszát! (4 pont)

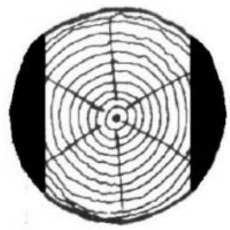
b) Ábrázolja az érdemjegyek eloszlását kördiagramon! (4 pont)

Az osztály tanulóinak matematikaérettségi dolgozatai közül az érettségi elnök véletlenszerűen kiválaszt és megvizsgál kettőt.

c) Számítsa ki annak a valószínűségét, hogy mindkét kiválasztott dolgozat érdemjegye hármas! Válaszát három tizedesjegyre kerekítve adja meg! (4 pont)

56) Egy kockával kétszer egymás után dobunk. Adja meg annak a valószínűségét, hogy a két dobott szám összege 7 lesz! Válaszát indokolja! (4 pont)

57) A Hód Kft. Faárutelephelyén rönkfából (henger alakú fatörzsekből) a következő módon készítenek gerendát. A keresztfűrészgép először két oldalt levág egy-egy – az ábra sötéttel jelölt – részt, majd a fa 90°-kal történő elfordítása után egy hasonló vágással végül egy négyzetes hasáb alakú gerendát készít. A gépet úgy állítják be, hogy a kapott hasáb alaplapja a lehető legnagyobb legyen. Most egy forgáshenger alakú, 60 cm átmérőjű, 5 méter hosszú rönkfát fűrészel így a gép.



a) Igaz-e, hogy a kapott négyzetes hasáb alakú fagerenda térfogata kisebb 1 köbméternél? (6 pont)

A Hód Kft. Deszkaárut is gyárt, ehhez a faanyagot 30000 Ft/m^3-es beszerzési áron vásárolja meg a termelőtől. A gyártás közben a megvásárolt fa kb. 40%-ából hulladékfa lesz. A késztermék 1 köbméterét 90000 forintért adja el a cég, de az eladási ár 35%-át a költségekre kell fordítania (feldolgozás, telephely fenntartása stb.).

b) Mennyi haszna keletkezik a Hód Kft.-nek 1 köbméter deszkaáru eladásakor? (5 pont)

A fakitermelő cég telephelyéről hat teherautó indul el egymás után. Négy teherautó fenyőfát, kettő pedig tölgyfát szállít.

c) Számítsa ki annak a valószínűségét, hogy a két, tölgyfát szállító teherautó közvetlenül egymás után gördül ki a telephelyről, ha az autók indulási sorrendje véletlenszerű! (6 pont)

58) Egy 20 fős társaság tagjait az április havi szabadidős tevékenységeikről kérdezték. Mindenki három eldöntendő kérdésre válaszolt (igennel vagy nemmel).

I. Volt-e moziban?
II. Olvasott-e szépirodalmi könyvet?
III. Volt-e koncerten?

A válaszokból kiderült, hogy tizenketten voltak moziban, kilencen olvastak szépirodalmi könyvet, és négy fő járt koncerten. Öten voltak, akik moziban jártak és szépirodalmi könyvet is olvastak, négyen pedig moziban és koncerten is jártak. Hárman mindhárom kérdésre igennel válaszoltak.

a) Hány olyan tagja van a társaságnak, aki mindhárom kérdésre nemmel válaszolt? (6 pont)

A társaság 20 tagja közül véletlenszerűen kiválasztunk kettőt.

b) Számítsa ki annak a valószínűségét, hogy legalább egyikük volt moziban április folyamán! (5 pont)

Attól a kilenc személytől, akik olvastak áprilisban szépirodalmi könyvet, azt is megkérdezték, hogy hány könyvet olvastak el a hónapban. A válaszok (pozitív egész számok) elemzése után kiderült, hogy a kilenc szám (egyetlen) módusza 1, mediánja 2, átlaga $\frac{16}{9}$, terjedelme pedig 2.

c) Adja meg ezt a kilenc számot! (6 pont)

59) Anna, Bence, Cili, Dénes véletlenszerűen leülnek egymás mellé egy padra. Számítsa ki annak a valószínűségét, hogy sem két fiú, sem két lány nem ül egymás mellé! Válaszát indokolja! (4 pont)